

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه چهاردهم – فصل هفتم

ماشین های پشته ای

تست 13 تا 35

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 7

ماشین‌های پشته‌ای

تست 13 تا 35

13- کدام گزاره درست است؟

(علوم کامپیوتر - 92)

- (1) اگر L زبان یک DPDA (deterministic PDA) باشد آنگاه متمم L نیز با یک DPDA توصیف می‌شود.
- (2) در مدل محاسباتی DPDA (deterministic PDA) مقدار حافظه که به صورت پشته است، متناهی است.
- (3) یک DPDA چون قطعی (deterministic PDA) است، فاقد هرگونه انتقال حالت بدون خواندن ورودی (λ -transition) است.
- (4) یک DPDA چون قطعی (deterministic PDA) است، هر ورودی را در زمان متناهی بررسی کرده و می‌ایستد.

14- برای کدام یک از زبان‌های زیر، یک ماشین پشته‌ای (PushDown Automata) وجود دارد که آن را بپذیرد؟ (مهندسی کامپیوتر - 76)

$$\{a^i b^j c^i c^j c^k d^k \mid i, j, k \geq 0\} \quad (2)$$

$$\{a^i b^j c^k c^i c^k d^k \mid i, j, k \geq 0\} \quad (1)$$

$$(4) \text{ هیچ کدام}$$

$$\{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \geq 0\} \quad (3)$$

15- فرض کنید L یک زبان منظم است. زبان L' را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$L' = \{a_2 a_1 a_4 a_3 \dots a_{2n} a_{2n-1} : a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_{2n-1} a_{2n} \in L\}$$

(مهندسی کامپیوتر - 91)

کدام گزینه در مورد زبان L' صحیح است؟

- (1) L' منظم است.
- (2) L' مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (3) L' مستقل از متن قطعی است ولی منظم نیست.
- (4) L' حساس به متن است ولی مستقل از متن نیست.

(مهندسی کامپیوتر - 90)

16- زبان‌های L_1 و L_2 تعاریف زیر را در نظر می‌گیریم: $w_1, w_2 \in \{a, b\}^*$

$$L_1 = \{w_1 w_2 : |w_1| = |w_2|, w_1 \neq w_2\}$$

$$L_2 = \{w_1 w_2 : n_a(w_1) = n_b(w_2)\}$$

- (1) L_1 و L_2 هر دو آزاد از متن هستند.
- (2) L_1 از نوع آزاد از متن است ولی L_2 از این نوع نیست.
- (3) L_2 از نوع آزاد از متن است ولی L_1 از این نوع نیست.
- (4) هیچ‌کدام از دو زبان آزاد از متن نیست.

17- زبان‌های L_1 و L_2 مفروضند کدام عبارت صحیح است؟ مقصود از $|x|$ و x^R به ترتیب طول رشته و معکوس رشته x است.

(مهندسی کامپیوتر - 89)

$$L_1 = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in (a+b)^*, |w_1| = |w_2|, w_2 \neq w_1^R\}$$

$$L_2 = \{a^n w w^R b^n \mid w \in (a+b)^*\}$$

- (1) L_2 مستقل از متن و L_1 مستقل از متن نیست.
- (2) L_1 و L_2 مستقل از متن هستند.
- (3) L_1 مستقل از متن و L_2 مستقل از متن نیست.
- (4) هیچ‌یک از L_1 و L_2 مستقل از متن نیستند.

18- زبان‌های $A, B, C \subseteq \{a, b\}^*$ به صورت زیر معرفی شده‌اند:

$$A = \{b\} B \cup \{a\} C$$

$$B = \{\lambda\} \cup \{b\} B \cup \{a\} C \cup \{a\}$$

$$C = \{a\} A \cup \{\lambda\} \cup \{b\}$$

(علوم کامپیوتر - 89)

کدام گزینه درست است؟

$$(1) CB \subseteq A$$

$$(2) \{a\}^* \subseteq A \text{ و } A \text{ منظم است.}$$

(3) A منظم نیست ولی مستقل از متن است.

$$(4) \{b\}^* \subseteq A \text{ و } A \text{ مستقل از متن است.}$$

(علوم کامپیوتر - 89)

19- کدام گزاره صحیح نیست؟

(1) هر DPDA دارای یک PDA معادل است.

(2) فضای زبان‌هایی که دارای یک DPDA باشند نسبت به عمل متمم‌گیری بسته است.

(3) در اتوماتون یک DPDA علت قطعی بودن انتقال بلادرنگ (transition - λ) نداریم.

(4) هر DPDA دارای یک DPDA معادل است که برای آن ماشین برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شود.

20- فرض کنید یک PDA ثابت (مثل T) با الفبای ورودی $\{0,1\}$ داده شده باشد و مسأله زیر را در نظر بگیریم:

$$\text{داده: } w \in \{0,1\}^*$$

سوال: آیا w در زبان T است؟

(علوم کامپیوتر - 89)

کدام گزینه صحیح است؟

(1) این مسأله یک مسأله تصمیم‌پذیر نیست.

(2) این مسأله یک مسأله تصمیم‌پذیر است.

(3) این مسأله برای برخی ماشین‌های T تصمیم‌پذیر و برای برخی دیگر تصمیم‌پذیر نیست.

(4) چون زبان T داده نشده است داده‌ها کم است و این مسأله مفهوم ندارد.

21- اگر $L \subseteq \Sigma^*$ یک زبان منظم باشد و $\$ \notin \Sigma$ ، آنگاه زبان $L' = \{x\$x^T \mid x \in L\}$ که در آن x^T معکوس کلمه x است:

(علوم کامپیوتر - 87)

(1) یک زبان مستقل از متن خطی (Linear CF) است.

(2) دارای یک گرامر منظم با حداکثر $|\Sigma|$ دستور است.

(3) دارای یک ماشین PDA معادل با حداکثر $|\Sigma|$ حالت است.

(4) دارای یک ماشین DPDA (Deterministic PDA) معادل با حداکثر $|\Sigma|$ حالت است.

(علوم کامپیوتر - 86)

22- کدام گزاره در مورد گرامر زیر نادرست است؟

(1) گرامر G' با فرم نرمال چامسکی وجود دارد که زبان آن $L(G) - \{\lambda\}$ باشد.

(2) G یک گرامر مستقل از متن نیست ولی زبان G مستقل از متن است.

(3) یک PDA که زبانش با زبان G مساوی باشد وجود دارد.

(4) G یک گرامر مستقل از متن است و زبان G هم مستقل از متن است.

$$G: S \rightarrow 0S \mid SX \mid \lambda$$

$$SX \rightarrow S$$

23- کدام گزاره درست است؟

(علوم کامپیوتر - 86)

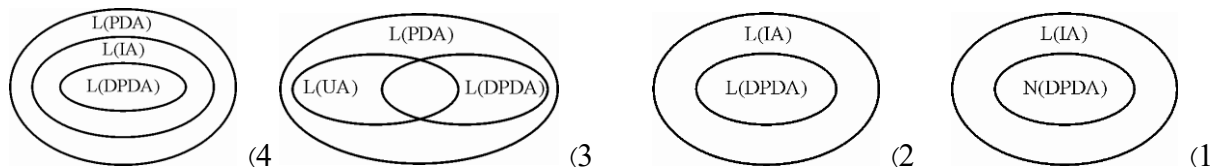
- (1) هر زبان مستقل از متن L دارای یک PDA متناظر است که برای هر $w \notin L$ در Loop نامتناهی می‌افتد.
- (2) هر PDA دارای یک PDA معادل و بدون انتقال بلادرنگ (transition - λ) است.
- (3) هر گرامر مستقل از متن دارای یک گرامر مستقل از متن معادل بدون قانون از نوع $X \rightarrow \lambda$ است.
- (4) هر زبان مستقل از متن دارای یک PDA متناظر با پشته (Stack) متناهی است.

24- مجموعه‌های زیر را در نظر بگیرید:

- $L(PDA)$: مجموعه زبان‌هایی که برای آنها PDA (PushDown Automata) وجود دارد.
- $L(DPDA)$: مجموعه زبان‌هایی که برای آنها DPDA (Deterministic PDA) وجود دارد.
- $N(DPDA)$: مجموعه زبان‌هایی که برای آنها DPDA وجود دارد و با خالی بودن پشته پذیرفته می‌شوند.
- $L(UA)$: مجموعه زبان‌های مستقل از متن غیرمبهم (unambiguous context free)
- $L(IA)$: مجموعه زبان‌های مستقل از متن ذاتاً مبهم (Inherently Ambiguous)

کدام یک از نمودارهای مجموعه‌ای زیر درست است؟

(مهندسی کامپیوتر - 85)

**25- کدام گزاره نادرست است؟**

(علوم کامپیوتر - 85)

- (1) ماشین PDA ای مثل P را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه برای کلیه ورودی‌های w نامتناهی (loop) باشند.
- (2) ماشین PDA ای مثل P و کلمه ورودی w را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه P با ورودی w متناهی و منجر به پذیرش (accept) باشند.
- (3) ماشین PDA ای مثل P و کلمه ورودی w را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه P با ورودی w نامتناهی (loop) باشند.
- (4) اگر h یک حالت توقف برای یک ماشین PDA باشد، آنگاه قطعاً ماشین هیچ وقت نمی‌تواند با یک فرمان ساعت از حالت h به حالت دیگری تغییر وضعیت دهد.

26- یک ماشین PDA با n حالت برای محاسبه کلیه ورودی‌ها حداکثر از 2^{n+1} سلول از حافظه پشته (stack) خود استفاده می‌کند.

(علوم کامپیوتر - 85)

در این صورت کدام گزاره همواره درست نیست؟

- (1) برای زبان این ماشین یک گرامر منظم وجود دارد.
- (2) برای زبان این ماشین یک ماشین nondeterministic finite automaton بدون انتقال بلادرنگ (transition - λ) وجود دارد.
- (3) برای زبان این ماشین یک ماشین nondeterministic finite automaton با انتقال بلادرنگ وجود دارد.
- (4) زبان این ماشین deterministic context free نیست.

27- کدام گزینه صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 84)

- (1) اگر P یک ماشین PDA باشد، ممکن است کلمه ورودی w موجود باشد به طوری که کلیه مسیرهای محاسبه ماشین P با ورودی w به صورت LOOP نامتناهی باشند.
- (2) برای هر زبان مستقل از متن، یک ماشین PDA وجود دارد به طوری که برای هر کلمه ورودی w ماشین فقط دارای یک مسیر محاسبه یکتا است.
- (3) برای هر ماشین PDA، و هر ورودی داده شده w، تعداد پیکربندی‌های ماشین با ورودی w حتماً متناهی است.
- (4) برای هر گرامر مستقل از متن دقیقاً یک ماشین PDA معادل وجود دارد.

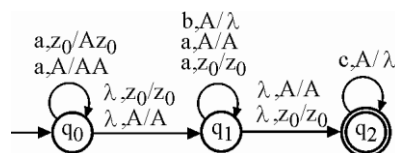
28- زبان $L = \{a^m b^m \mid m \geq 0\}$ مفروض است. کدام گزینه غلط است؟ (مهندسی کامپیوتر - 83)

- (1) $\bar{L}$ مستقل از متن است.
- (2) $L^3 \cap L^4$ مستقل از متن است.
- (3) L^*c مستقل از متن معین است.
- (4) L^* توسط یک اتومات پوش‌دان معین در حالت خالی شدن Stack پذیرفته می‌شود.

29- برای کدام یک از زبان‌های زیر اتومات پوش‌دان معین (Deterministic) وجود ندارد؟ (مهندسی کامپیوتر - 82)

- الف) $\{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \leq 100\}$
- ب) $\{a^n b^{2n} c^n \mid n \geq 0\}$
- ج) $\{w \in (a+b)^* \mid w \text{ زوج و نیمه اول آن فقط شامل } a \text{ باشد}\}$
- د) $\{a^n b^n b^{m+n} c^m \mid n \geq 0, m \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
- (1) الف و د
 - (2) ب
 - (3) الف و د
 - (4) برای هر چهار تا زبان اتومات پوش‌دان معین وجود دارد.

30- زبان اتومات پوش‌دان M (مطابق شکل) کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر - 82)



- (1) $L(M) = \{a^n b^k a^+ c^j \mid n \geq k+j, k, j \geq 0\}$
- (2) $L(M) = \{a^n (b^k + a)^+ c^j + a^+ \mid n \geq k+j, k, j \geq 0\}$
- (3) $L(M) = \{a^n a^+ (b+a)^k c^j \mid n \geq k+j, k, j \geq 0\}$
- (4) $L(M) = \{a^n (a^* b a^*)^k c^j \mid n \geq k+j, k, j \geq 0\}$

31- برای پیاده‌سازی زبان زیر توسط یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA)، حداقل به چند حالت (state) نیاز است؟ (علوم کامپیوتر - 82)

$$L = \{w \mid w \in \{a\}^*, \{b\}^*, \{c\}^*\} \wedge (((n_a(w) = n_b(w) \text{ or } (n_a(w) = n_c(w) \text{ or } (n_b(w) = n_c(w)))$$

(2) سه

(1) یک

(4) پیاده‌سازی این زبان با DPDA امکان‌پذیر است.

(3) پنج

(مهندسی کامپیوتر - 81)

32- در مورد زبان $\{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^m c^m \mid m \geq 0\}$ کدام گزینه صحیح است؟

(1) زبان ذاتاً مبهم است.

(2) زبان حساس به متن است.

(3) برای این زبان، گرامر مستقل از متن غیرمبهم وجود دارد.

(4) برای این زبان اتومات پوش‌دان (PushDown) قطعی وجود ندارد.

(علوم کامپیوتر - 81)

33- گزینه نادرست را انتخاب کنید.

(1) هر NFA دارای یک NFA معادل با فقط یک حالت پذیرش است.

(2) هر PDA دارای یک PDA معادل با فقط یک حالت پذیرش است.

(3) هر DFA دارای یک DFA معادل با فقط یک حالت پذیرش است.

(4) هیچ کدام

(مهندسی کامپیوتر - 82)

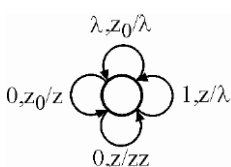
34- اتومات پوش‌دان:

$$(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0)$$

$$Q = \{q_0\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Gamma = \{z_0, z\}$$

مطابق شکل زیر مفروض است. δ دارای 4 حرکت است که در شکل نشان داده شده است. منظور از برچسب یال‌ها به شکل کلی a, x, γ این است که اتومات در ضمن تغییر حالت از حالت ابتدای پیکان به انتهای پیکان، ورودی a را خوانده (در مورد

$a = \lambda$ چیزی نمی‌خواند) و علامت x در بالای پشته را با رشته $\gamma \in \Gamma^*$ عوض می‌کند. زبان اتومات داده شده کدام است؟



(1) {تعداد یک‌ها با تعداد صفرها (در w) برابر است} $\{w \in 0^* 1^*\}$

(2) {تعداد 1های w دو برابر تعداد صفرهای w است} $\{w \in 0^* 1^*\}$

(3) {تعداد 1های w با تعداد صفرهای w برابر است} $\{w \in (0+1)^*\}$

(4) هیچ کدام

35- در یک اتومات پوش‌دان طول پشته حداکثر 5 است. زبان‌هایی که این اتومات می‌تواند بپذیرد در کدام مجموعه زبان قرار

(مهندسی کامپیوتر - 81)

می‌گیرد؟

(1) مجموعه تمام زبان‌های منظم

(2) مجموعه تمام زبان‌های حساس به متن که مستقل از متن نیستند.

(3) مجموعه تمام زبان‌های مستقل از متن که منظم نیستند.

(4) مجموعه تمام زبان‌های مستقل از متن که طول سمت راست قواعد تولید گرامر آن‌ها حداکثر 5 است و منظم نیستند.

پاسخ‌ها

فصل 7: ماشین‌های پشته‌ای

تست 13 تا 35

13- گزینه (1) صحیح است.

زبان‌های مستقل از متن تحت عمل متمم بسته نیستند. اما زبان‌های مستقل از متن قطعی تحت عمل متمم بسته‌اند. زبان مورد پذیرش DPDA مستقل از متن قطعی است. DPDA در حالت کلی حافظه متناهی ندارد، اگر حافظه مورد استفاده متناهی باشد، فقط زبان‌های منظم را می‌پذیرد. DPDA ممکن است انتقال λ داشته باشد و ممکن است در حلقه نامتناهی قرار بگیرد.

14- گزینه (2) صحیح است.

گزینه‌های ۱ و ۳ حساس به متن هستند ولی مستقل از متن نیستند و برای آنها ماشین پشته‌ای وجود ندارد. گزینه ۲ را می‌توان با جابجا کردن c^i و c^j طوری نوشت که الحاق دو زبان باشد که در هر کدام توانها حالت آینه‌ای دارد. چنین زبان‌هایی ماشین پشته‌ای دارند:

$$\{a^i b^j c^i c^j c^k d^k \mid i, j, k \geq 0\} = \{a^i b^j c^j c^i c^k d^k \mid i, j, k \geq 0\} = \{a^i b^j c^j c^i \mid i, j \geq 0\} \cdot \{c^k d^k \mid k \geq 0\}$$

پس مستقل از متن است.

15- گزینه (1) صحیح است.

زبان L منظم است با توجه به ویژگی‌های بستاری زبان‌های منظم، مجموعه‌های $odd(L)$ و $even(L)$ منظم هستند. همچنین زبان‌های منظم تحت اعمال بُر زدن بسته‌اند پس L' منظم است.

16- گزینه (1) صحیح است.

زبان L_1 مجموعه رشته‌های به طول زوج است که دو نیمه آن یکسان نیستند. حداقل یک موقعیت وجود دارد که اگر در آن موقعیت از w_1 حرف a آمده در همین موقعیت از w_2 حرف b آمده یا بالعکس. پس رشته‌های عضو L_1 را می‌توان به این صورت نشان داد:

$$\begin{aligned} w_1 w_2 &= (a+b)^i a (a+b)^k (a+b)^i b (a+b)^k + (a+b)^i b (a+b)^k (a+b)^i a (a+b)^k \\ &= (a+b)^i a (a+b)^i (a+b)^k b (a+b)^k + (a+b)^i b (a+b)^i (a+b)^k a (a+b)^k \end{aligned}$$

این زبان دارای گرامر مستقل از متن زیر است:

$$\begin{aligned} G: & S \rightarrow XY \mid YX \\ & X \rightarrow ZXZ \mid a \\ & Y \rightarrow ZYZ \mid b \\ & Z \rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

پس L_1 مستقل از متن است البته غیرقطعی است. زبان L_2 برابر با Σ^* است. پس منظم است و در نتیجه مستقل از متن است.

17- گزینه (2) صحیح است.

گرامرهای G_1 و G_2 مولد زبان‌های L_1 و L_2 هستند:

$$\begin{aligned} G_1: & S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aAb \mid bAa \\ & A \rightarrow aAa \mid aAb \mid aAb \mid bAa \mid \lambda \\ G_2: & S \rightarrow aSb \mid B \\ & B \rightarrow aBa \mid bBb \mid \lambda \end{aligned}$$

این گرامرها مستقل از متن هستند پس زبان‌های L_1 و L_2 مستقل از متن هستند.

18- گزینه (4) صحیح است.

λ در B و C قرار دارد پس عضو CB است اما λ عضو A نیست بنابراین $CB \not\subseteq A$. اگر فقط الفبای a را در نظر بگیریم (نادیده گرفتن b) خواهیم داشت: $A = \{a\}^*$ و $C = \{a\}^* A \cup \{\lambda\}$ پس توان های زوج a در C و توان های فرد آن در A قرار دارند پس $A \not\subseteq C$. اگر فقط الفبای b را در نظر بگیریم (نادیده گرفتن a) خواهیم داشت: $B = \{\lambda\} \cup \{b\}^*$ و $A = \{b\}^*$ به عبارتی $\{b\}^* \subseteq B$ و $\{b\}^* \subseteq A$. مجموعه های که جواب این دستگاه هستند به صورت عبارت منظم قابل محاسبه اند در نتیجه منظم هستند. هر زبان منظم مستقل از متن نیز هست. با این توضیحات گزینه 4 جواب است.

در ضمن با توجه به روابط داده شده داریم:

$$A = \{b\}^* B \cup \{a\}^* C = b^+ \{ \lambda, a, ab, \{aa\}^* A \} \cup \{aa\}^* A \cup \{a\}^* \cup \{ab\}^* = (b^* aa)^* (b^* (b + a + ab))$$

پس برای A عبارت منظم به دست آوردیم. در نتیجه A منظم است. B و C هم با الحاق A در عبارات منظم به دست آمده اند پس آنها هم منظم هستند.

19- گزینه (3) صحیح است.

ماشین پشته ای قطعی نیز ممکن است دارای انتقال λ باشد. هر DPDA خودش یک PDA است. خانواده زبان های دارای DPDA خانواده مستقل از متن های قطعی است که نسبت به متمم گیری بسته است. در هر DPDA می توان از ایجاد حلقه نامتناهی با انتقال های λ جلوگیری کرد.

20- گزینه (2) صحیح است.

زبان مورد پذیرش ماشین پشته ای یک زبان مستقل از متن است و برای زبان های مستقل از متن مسأله عضویت w به زبان یک مسأله تصمیم پذیر است.

21- گزینه (1) صحیح است.

گزینه 2 نادرست است. برای مثال اگر $L = \{a, b\}^*$ باشد $L' = \{w\$w^R \mid w \in (a+b)^*\}$ منظم نیست البته مستقل از متن و خطی است چون با گرامر $G': A \rightarrow aAa \mid bAb \mid \$$ تولید می شود. گزینه های 3 و 4 نیز نادرست هستند برای مثال اگر $\Sigma = \{a\}$ تک عضوی باشد لزومی ندارد L' ماشین پشته ای پذیرنده با یک حالت داشته باشد.

اما گزینه 1 صحیح است. اگر L زبان منظم باشد دارای گرامر خطی راست مانند G است. قواعد تولید گرامر G به فرم های $A \rightarrow xA$ ، $A \rightarrow xB$ و $A \rightarrow x$ هستند. نظیر هر کدام از آنها قواعد، $A' \rightarrow xA'x^R$ ، $A' \rightarrow xB'x^R$ و $A' \rightarrow x\$x^R$ را در گرامر G' خواهیم نوشت. به این ترتیب یک گرامر مستقل از متن و خطی برای L' داریم.

22- گزینه (4) صحیح است.

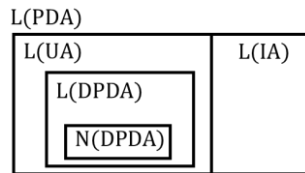
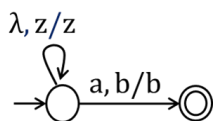
وجود قاعده $SX \rightarrow S$ نشان می دهد G مستقل از متن نیست. با جانشانی همین قاعده گرامر G معادل است با $\lambda \mid S \rightarrow S$ و زبان تولید شده توسط آن $L(G) = L(0^*)$ است که منظم و در نتیجه مستقل از متن است.

23- گزینه (1 و 2) صحیح است.

هر زبان مستقل از متن یک ماشین PDA پذیرنده دارد. در همین ماشین می‌توانیم برای هر رشته w که $w \notin L$ در مسیر عدم پذیرش آن با انتقال‌های λ محاسبه را در حلقه بی‌نهایت قرار دهیم. پس گزینه ۱ صحیح است. هر ماشین PDA با یک گرامر مستقل از متن معادل است، با حذف قواعد تولید λ از این گرامر سپس تبدیل دوباره این گرامر به ماشین پشته‌ای، یک PDA معادل بدون انتقال‌های λ خواهیم داشت. پس گزینه ۲ درست است. اما گزینه ۳ نادرست است. اگر λ عضو زبان مستقل از متن $L(G)$ باشد آنگاه هر گرامر مستقل از متن و معادل با آن قطعاً دارای قاعده تولید λ است. گزینه ۴ نادرست است. اگر حافظه پشته را محدود کنیم؛ توان محاسباتی PDA مانند ماشین متناهی می‌شود و زبان منظم را می‌پذیرد.

24- گزینه (4) صحیح است.

$L(PDA)$ خانواده زبان‌های مستقل از متن است. $L(DPDA)$ خانواده زبان‌های مستقل از متن قطعی است. $N(DPDA)$ خانواده زبان‌های مستقل از متن قطعی با ویژگی پیشوندی است که باعث می‌شود ماشین پشته‌ای قطعی با پذیرش توسط پشته خالی هم داشته باشند. $L(UA)$ خانواده زبان‌های مستقل از متن غیرمبهم است $L(IA)$ خانواده زبان‌های مستقل از متن ذاتاً مبهم است.

**25- گزینه (4) صحیح است.**

با استفاده از انتقال λ می‌توان ماشین پشته‌ای ساخت که برای هر ورودی w در حلقه بی‌نهایت قرار بگیرد. پس گزینه ۱ صحیح است. گزینه‌های ۲ و ۳ نیز به وضوح درستند. اما گزینه ۴ نادرست است در ماشین پشته‌ای می‌توانیم با انتقال λ یا با مصرف یک الفبا از ورودی از حالت نهایی h به حالت دیگر تغییر وضعیت بدهیم.

26- گزینه (4) صحیح است.

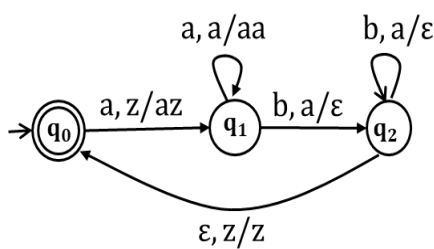
توجه کنید که در صورت سوال، n تعداد حالات ماشین است نه اندازه رشته ورودی w پس این ماشین پشته‌ای از حافظه متناهی استفاده می‌کند در نتیجه توان محاسباتی آن به اندازه ماشین متناهی است و زبانی که می‌پذیرد زبان منظم است. هر زبان منظم یک زبان مستقل از متن قطعی است. پس گزینه ۴ نادرست و سایر گزینه‌ها درستند.

27- گزینه (1) صحیح است.

اگر رشته w عضو زبان ماشین پشته‌ای نباشد، ماشین ممکن است در کلیه مسیرهای محاسبه w در حلقه نامتناهی بیفتد؛ پس گزینه ۱ صحیح است. گزینه ۲ نادرست است: یکتا بودن مسیر محاسبه به معنای قطعی بودن ماشین پشته‌ای است و زبان مستقل از متن ممکن است ماشین پشته‌ای قطعی نداشته باشد. گزینه ۳ نیز نادرست است زیرا برای یک ماشین پشته‌ای ممکن است مسیر محاسبه برای رشته ورودی w به حلقه نامتناهی منجر شود و این حلقه چنان باشد که در هر تکرار محتوای پشته افزوده شود؛ بنابراین تعداد پیکربندی‌ها نامتناهی خواهد بود. به زبان ساده‌تر در ماشین پشته‌ای تعداد حالات و تعداد علامت‌ها متناهی است اما وضعیت‌های ممکن برای پشته نامتناهی است پس تعداد پیکربندی‌ها ممکن است نامتناهی شود. گزینه ۴ نیز نادرست است اگر G مستقل از متن باشد $L(G)$ مستقل از متن است و هر زبان مستقل از متن بی‌نهایت ماشین پشته‌ای پذیرنده دارد.

28- گزینه (4) صحیح است.

زبان $L = \{a^n b^m : n = m\}$ مستقل از متن قطعی است. مکمل این زبان از دارای دو نوع رشته است: برخی به فرم $a^n b^m$ هستند اما $n \neq m$ است برخی به فرم $a^n b^m$ نیستند یعنی شامل زیررشته ba هستند. پس $\overline{L} = L(a^* b^*) \cup \{a^n b^m \mid n \neq m\}$. می‌دانیم $L(a^* b^*)$ منظم است پس مکمل آن نیز منظم است. منظم‌ها مستقل از متن هستند. پس $\overline{L}$ اجتماع دو زبان مستقل از متن است در نتیجه مستقل از متن است. زبان L مستقل از متن است و مستقل از متن‌ها تحت الحاق بسته‌اند پس L^2 و L^3 و ... مستقل از متن هستند. در ضمن چون $\lambda \in L$ پس هر $w \in L$ را می‌توان به فرم $w\lambda$ نوشت که عضو L^2 است یعنی $L \subseteq L^2$. پس $L^2 \subseteq L^3$ و به همین ترتیب $L^3 \subseteq L^4$. به این ترتیب $L^3 \cap L^4 = L^3$ زبانی مستقل از متن است.



L^* مستقل از متن قطعی است. ماشین پشته‌ای قطعی پذیرنده L^* را در شکل مشاهده می‌کنید. (همانطور که در متن درس گفته شد در همین ماشین اگر انتقال از q_2 به q_0 را به صورت $\varepsilon, z/\varepsilon$ بنویسیم در ماشین پشته‌ای قطعی برای L به دست می‌آید). اما L^* خاصیت پیشوندی ندارد به همین دلیل ماشین پشته‌ای قطعی با پذیرش توسط پشته خالی ندارد. در پایان از آنجا که L^* مستقل از متن قطعی است پس L^*c هم مستقل از متن قطعی است.

29- گزینه (1) صحیح است.

زبان (الف) ماشین پذیرنده پشته‌ای قطعی دارد. زبان (ب) مستقل از متن نیست اما حساس به متن است؛ پس ماشین پشته‌ای پذیرنده ندارد. طبق تعریف زبان (ج) رشته‌های عضو آن را می‌توان به فرم $\{a^n(a+b)^n \mid n \geq 0\}$ نوشت. این زبان نیز ماشین پشته‌ای قطعی دارد پس مستقل از متن قطعی است. در تعریف زبان (د) رشته‌های $a^n b^{2n}$ با قراردادن $m=0$ در $a^n b^n b^{m+n} c^m$ به دست می‌آیند پس مجموعه دوم زیرمجموعه اولی است و اجتماع آنها با اولی برابر است:

$$\{a^n b^n b^{m+n} c^m \mid n, m \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\} = \{a^n b^{2n} b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$$

این زبان نیز مستقل از متن قطعی است و ماشین پشته‌ای قطعی دارد.

30- گزینه (4) صحیح است.

با تحلیل رفتار ماشین و علامت‌هایی که در پشته قرار داده شده و برداشته می‌شود معلوم است که گزینه ۴ پذیرفته می‌شود. با رد گزینه نیز می‌توان مساله را حل کرد. مثلاً این ماشین λ را می‌پذیرد اما گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ شامل λ نیستند.

31- گزینه (1) صحیح است.

a, z/az
a, a/a
b, z/bz
b, b/b
c, z/cz
c, c/c



در تمام رشته‌های عضو $\{a\}^* \cup \{b\}^* \cup \{c\}^*$ یک جفت از حروف a, b, c صفر بار آمده‌اند پس $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* \cup \{c\}^*$. این زبان با عبارت منظم بیان شده پس منظم است در نتیجه مستقل از متن قطعی نیز هست. در ضمن در رشته‌های عضو این زبان ترتیب الفبا در هر رشته بی اهمیت است پس فقط با یک حالت می‌توان برایش ماشین پشته‌ای قطعی یافت. این ماشین را در شکل مشاهده می‌کنید.

32- گزینه (3) صحیح است.

با توجه به تمایز الفباهای b و c در دو دسته از رشته‌ها، برای این زبان می‌توان ماشین پشته‌ای قطعی طراحی کرد. پس این زبان مستقل از متن قطعی است و هر زبان مستقل از متن قطعی، لزوماً غیرمبهم است یعنی گرامر مستقل از متن غیرمبهم دارد.

33- گزینه (3) صحیح است.

از متن درس می‌دانیم گزینه‌های ۱ و ۲ درست هستند. اما هر DFA لزوماً یک DFA معادل با فقط یک حالت نهایی ندارد. برای مثال فرض کنیم $\Sigma = \{a\}$. زبان منظم $L = \{a, aa, aa\}$ دارای DFA با فقط یک حالت نهایی نیست.

34- گزینه (4) صحیح است.

حالت نهایی مشخص نشده پس در این ماشین پذیرش به شرط پشته خالی صورت می‌گیرد. با تحلیل انتقال‌ها یا با امتحان کردن رشته‌ها مشخص می‌شود که زبان این ماشین مجموعه رشته‌های باینری $w \in (0+1)^*$ است که در هر پیشوند w به جز λ و w ، تعداد صفرها بیشتر باشد اما در کل تعداد صفر و یک‌ها برابر شود.

$$L(M) = \{w \in (0+1)^* \mid n_0(w) = n_1(w), \forall x \in \text{prefix}(w) - \{\lambda, w\} \ (n_0(x) > n_1(x))\}$$

35- گزینه (1) صحیح است.

حافظه این ماشین به یک مقدار متناهی محدود شده است پس توان محاسباتی آن معادل با DFA است و فقط می‌تواند زبان‌های منظم را بپذیرد.

پیروز و سربلند باشید.

پایان جلسه چهاردهم نکته و تست